

Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Wintersemester 2017/2018

FSP-Teilprüfung: Mathematik W2

Datum: 29.11.2017

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

Bestimmen Sie unter der Nebenbedingung $4 \cdot x + 2 \cdot y = 12$ sämtliche Minima und Maxima von $f(x, y) = \ln(x) + \ln(y)$, $\mathcal{D}_{f_x} = \mathbb{R}^{>0}$, $\mathcal{D}_{f_y} = \mathbb{R}^{>0}$ (12 Punkte).

Aufgabe 2

Kreuzen Sie bei den Aussagen jeweils „Ja“ oder „Nein“ an.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimumspunktzahl für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte

Aussage	Ja	Nein
Für den Wert x_2 beim Newton-Verfahren gilt: $x_2 = x_1 - \frac{f'(x_1)}{f''(x_1)}$.	Ja	Nein
Für zweizeilige quadratische Matrizen gilt: $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.	Ja	Nein
Für $f(x) = 2^{\ln(x)}$ gilt $f''(x) = 2^{\ln(x)} \cdot \ln(2) \cdot \frac{1}{x} \cdot \left[\ln(2) - \frac{1}{x} \right]$.	Ja	Nein
$f''(x_0) = 0 \wedge f'''(x_0) \neq 0 \Rightarrow f(x)$ hat an x_0 eine Wendestelle.	Ja	Nein
$y = (x-1)^2$ ist Niveaulinie von $f(x, y) = x - \sqrt{y}$ für das Niveau $\bar{z} = 1$.	Ja	Nein
Für $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ gilt $A^{-1} = \frac{1}{a \cdot d - b \cdot c} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$, wenn $a \cdot d \neq b \cdot c$.	Ja	Nein

$f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) > 0 \Rightarrow f(x)$ hat an x_0 ein inneres Minimum.	Ja	
	Nein	
Für die 5 Beobachtungswerte 1; 1; 2; 4; 4 gilt: $\bar{x} > \bar{x}_{geom}$.	Ja	
	Nein	
$f(x) = \ln(3 \cdot x) \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{x}$.	Ja	
	Nein	
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3 \cdot x}{4 - x} = -\infty$	Ja	
	Nein	
$f(x) = x^5 - x^4 + x \quad D_f = \mathbb{R}$ hat kein globales Maximum.	Ja	
	Nein	
$x_N = 1$ ist Nullstelle von $f(x) = x^3 - x$.	Ja	
	Nein	

(12 Punkte)

Aufgabe 3

- a) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem (mit Lösungsweg) (8 Punkte).

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 24 \\ -2 & 7 & -4 & 28 \\ 4 & -1 & 1 & -13 \end{array} \right)$$

- b) Wir haben die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie

b1) $A - B$ (1 Punkt),

b2) $A \cdot A$ (2 Punkte),

b3) B^T (1 Punkt).

Aufgabe 4

Wir haben die Funktion $f(x) = x^3 - x^2 \quad D_f = \mathbb{R}$.

- a) Bestimmen Sie sämtliche Nullstellen (2 Punkte).
 b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt mit der y-Achse (1 Punkt).
 c) Bestimmen Sie sämtliche Hochpunkte und Tiefpunkte. Geben Sie auch an, um welche Art von Minimum oder Maximum es sich jeweils handelt (4 Punkte).
 d) Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte (3 Punkte).
 e) Zeichnen Sie die Funktion im Intervall $-1 \leq x \leq 2$ (2 Punkte).

Aufgabe 5

- a) Die Tabelle zeigt für den W-Kurs die Mathenoten in der FSP im Sommersemester 2017.

Student	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Note	4,0	3,0	5,0	5,0	5,0	3,3	2,7	2,7	2,0	5,0	3,7	5,0	3,0	4,0

- a1) Bestimmen Sie den Modus (*1 Punkt*).
 a2) Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion (*3 Punkte*).
 b) Das Happiness Ranking (HR) der UN misst die Lebenszufriedenheit der Bevölkerung in einem Staat. Je höher das HR ist, desto zufriedener sind die Bewohner eines Staates. Die Tabelle zeigt für fünf Staaten das HR der Jahre 2014-2016 und das nominale BIP pro Kopf im Jahr 2016.

Land	HR 2014-2016 ¹	Nominales BIP pro Kopf 2016 ²
Jamaica	5.311	4.931 US-\$
Nepal	4.962	733 US-\$
Island	7.504	59.629 US-\$
Deutschland	6.951	41.902 US-\$
Burundi	2.906	325 US-\$

Zeigen Sie die Art der Korrelation zwischen dem HR der Jahre 2014-2016 und dem nominalen BIP pro Kopf im Jahr 2016. Rechnen Sie immer auf vier Nachkommastellen genau. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

Hinweise:

- Durchschnittliches nominales BIP pro Kopf: 21.504,00 US-\$
- Varianz des nominalen BIP pro Kopf: 604.848.568

(*8 Punkte*).

¹ Quelle: <http://worldhappiness.report/wp-content/uploads/sites/2/2017/03/HR17.pdf> (13.11.2017)

² Quelle: <http://www.imf.org/external/pubs/ft/weo/2017/01/weodata/index.aspx> (13.11.2017)